

En el conjunto  $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  se definen las siguientes operaciones:

$$\text{Suma } +: (x, y) + (x', y') = (x + x', y + y').$$

$$\text{Producto } \cdot: \lambda(x, y) = (\lambda x, 0).$$

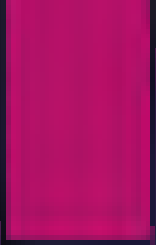
Estudiar si la terna  $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$  es un espacio vectorial.

Si  $x, y, z$  son vectores linealmente dependientes de  $V$

- i) ¿Se puede asegurar que  $z$  depende linealmente de los otros dos?
- ii) ¿Se puede asegurar que uno de los tres vectores es combinación lineal de los otros dos?

Razonar las respuestas.

Determinar  $a$  y  $b$  para que el vector  $(1, 0, a, b)$  pertenezca al subespacio engendrado por  $(1, 4, -5, 2)$  y  $(1, 2, 3, -1)$ .



Sea  $M = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$  un subconjunto del espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$ .

- i) Demostrar que  $M$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$ .
- ii) Encontrar en  $M$  tres vectores  $u, v, w$  linealmente independientes, y demostrar que todo vector de  $M$  se puede poner como combinación lineal de  $u, v, w$ .

*Se considera el espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$ . Hallar*

- i) una base que contenga al vector  $(1, 2, 1, 1)$ .*
- ii) una base que contenga a los vectores  $(1, 1, 0, 2)$  y  $(1, -1, 2, 0)$ .*



En el espacio vectorial real  $\mathbb{R}^3$  se considera el sistema  $S = \{(1, 1, \alpha), (1, \alpha, 1), (\alpha, 1, 1)\}$  referido a la base canónica. Estudiar en función de  $\alpha$  la dimensión del subespacio engendrado por  $S$ ,  $L(S)$ .

*Determinar una base del subespacio  $V$  engendrado por*

$$\{(1, 2, 3, 1), (2, 3, 2, 3), (0, 1, 4, -1), (2, -3, 1, 1), (4, 1, 7, 3)\}.$$

Dado el espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$  consideremos los subespacios

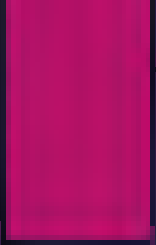
$$V_1 = \mathcal{L}(\{(1, 2, 0, 1)\})$$

$$V_2 = \{ (x, y, z, t) \mid x - y + z + t = 0, y - z = 0 \}$$

$$V_3 = \begin{cases} x_1 = \lambda \\ x_2 = \lambda + \mu \\ x_3 = \gamma \\ x_4 = \mu \end{cases}$$

¿Pertenece el vector  $v = (2, 4, 0, 2)$  a  $V_1$ ,  $V_2$  ó  $V_3$ ? En caso afirmativo calcular sus coordenadas en unas bases elegidas previamente.





*Determinar una base para la suma y la intersección de los subespacios  $V_1$  y  $V_2$  engendrados por  $\{(1, 2, 1, 0), (-1, 1, 1, 1)\}$  y  $\{(2, -1, 0, 1), (1, -1, 3, 7)\}$  respectivamente.*

En el espacio vectorial real  $\mathbb{R}^3$  se consideran los subespacios vectoriales

$$W_1 = \{(x, y, z) / x + y + z = 0\}$$

$$W_2 = \{(t, 2t, 3t) / t \in \mathbb{R}\}$$

Demostrar que  $\mathbb{R}^3$  es suma directa de  $W_1$  y  $W_2$ , es decir,  $\mathbb{R}^3 = W_1 \oplus W_2$ .

Էս էլ բնութագրող հատկություն. յետև ձևի ընդհանրացում  $2 \times 2$  բոլոր բնական զմեռյալների  $M_{2 \times 2}(\mathbb{N})$  վրա բնութագրողով ընդհանրացում

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a + b + c + d = 1 \right\}$$

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} 3a + b & b \\ a & a + b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{N} \right\}$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Բնութագրող ձևով: Այսինքն, ընդհանրացում  $1 \times 1$  վրա

Calcular bases de los subespacios de  $\mathbb{R}^4$   $S$ ,  $T$ ,  $S+T$  y  $S \cap T$ , siendo  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) | x_1 - x_2 = 0\}$  y  $T = \langle (1, 1, 2, 1), (2, 3, -1, 1) \rangle$ .

*Determinar los valores de  $a$  y  $b$ , si es que existen, para que*

$$\langle (a, 1, -1, 2), (1, b, 0, 3) \rangle = \langle (1, -1, 1, -2), (-2, 0, 0, -6) \rangle .$$

Sea  $P_n(x)$  el espacio vectorial de los polinomios con coeficientes reales de grado menor o igual que  $n$ . Se pide

- i) Demostrar que el polinomio  $x^n$  y sus  $n$  primeras derivadas forman una base de  $P_n(x)$ .
- ii) Estudiar si los vectores  $p_1(x) = 1 + 3x + 5x^2$ ,  $p_2(x) = -1 + 2x^2$  y  $p_3(x) = 3 + 3x + x^2$  son linealmente dependientes o independientes.
- iii) Sean  $r_1(x) = 1 + x^2$ ,  $r_2(x) = 1 - x^2$  y  $V_1 = L\{r_1(x), r_2(x)\}$ . Sean  $p(x) = 1 + 5x^2$ ,  $r(x) = 1 + x$ . ¿Pertenecen  $p(x)$  y  $r(x)$  a  $V_1$ ?
- iv) Sea  $V_2 = L\{p_1(x), p_2(x), p_3(x)\}$ . Calcular  $V_1 + V_2$  y  $V_1 \cap V_2$ .

